

受験番号						氏名	
------	--	--	--	--	--	----	--

2024年度

数 学

I 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. この問題冊子は4ページあります。試験開始後に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。また、問題冊子に計算用紙が挟んであるのでメモや計算に用いて構いません。
3. 監督者の指示にしたがって解答用紙の下記の該当欄にそれぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 受験番号欄 受験番号を5ケタで記入し、さらにその下のマーク欄に該当する5ケタをマークしなさい。

(例) 受験番号 10025 番 →

1	0	0	2	5
---	---	---	---	---

 と記入。
 - ② 氏名欄 氏名・フリガナを記入しなさい。
4. 受験番号が正しくマークされていない場合または正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
6. 試験終了後、問題冊子、解答用紙、計算用紙を机上に置き、試験監督者の指示に従いなさい。

裏表紙に、解答上の注意が続きます。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

第 1 問

(1) 5 進法で表された循環小数 $x = 4.\dot{3}2_{(5)}$ を 10 進法の分数で表すと、

$$x = \frac{\boxed{\text{アイウ}}}{\boxed{\text{エオ}}} \text{である。}$$

(2) $\sum_{n=3}^{15} \frac{1}{nC_3} = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。

(3) i を虚数単位とし、偏角 θ は $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲で考える。

$$\alpha = \sqrt{6} - \sqrt{2}i, \beta = 5 + 5i \text{ のとき、} \alpha\beta \text{ の偏角は } \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}} \pi \text{ であり、}$$

$$(\alpha\beta)^{2024} \text{ の偏角は } \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \pi \text{ である。}$$

(4) $f(x) = xe^x (x > 0)$ の逆関数を $g(x)$ とする。 $a = \frac{\sqrt{e}}{2}$ とすれば、

$$g(a) = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}, g'(a) = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{e}} \text{ である。}$$

第2問

半径1の円に内接する正三十六角形 K の頂点を P_0, P_1, \dots, P_{35} とする。

この36個の頂点から4つの頂点を選び、それらを結んで四角形を作る。

- (1) 正方形は全部で ア 個できる。また、その正方形の面積は イ である。
- (2) 長方形は全部で ウエオ 個できる。
- (3) 正三十六角形 K とちょうど2辺を共有する四角形は、全部で カキクケ 個できる。

第3問

$O(0, 0, 0)$ を原点とする座標空間において、 $A(8, 8, 7)$ を中心とする球面 S_1 と $B(4, 2, 1)$ を中心とする球面 S_2 があり、半径はともに r である。球面 S_1 は平面 $\alpha: 2x + 2y + z = 3$ と点 H で接している。 S_1 と S_2 の共通部分は円であり、中心を Q 、半径を r' とする。

(1) 平面 α の法線ベクトルで z 成分が 1 のものを \vec{n} とすれば、

$$\vec{n} = (\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}, 1) \text{ である。}$$

(2) $r = \boxed{\text{ウエ}}$ であり、 H の座標は $(\boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}})$ である。

(3) $r' = \sqrt{\boxed{\text{クケコ}}}$ であり、 Q の座標は $(\boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}}, \boxed{\text{ス}})$ である。

(4) 三角形 OHQ の面積は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \sqrt{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

第4問

【ス】，【セ】の解答は該当する解答群から最も適当なものをそれぞれ1つずつ選べ。

$f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ とし、曲線 $y = f(x)$ を C とする。ただし、 a, b, c, d は実数の定数である。 C は、 x 軸と $x = -2, 1$ において接している。 C と x 軸によって囲まれた部分を D とする。

(1) $a =$ 【ア】， $b =$ 【イウ】， $c =$ 【エオ】， $d =$ 【カ】 である。

(2) $\int_{-2}^1 (x+2)(x-1)^7 dx = \frac{\text{キクケコサ}}{\text{シ}}$ である。

(3) 正の定数 p, q に対し、

$$\int_{-2}^1 (x+2)^{p+1}(x-1)^q dx = \frac{\text{ス}}{\text{セ}} \int_{-2}^1 (x+2)^p(x-1)^{q+1} dx$$

が成り立つ。

(4) D を x 軸の周りに1回転して得られる立体の体積は $\frac{\text{ソタチツ}}{\text{テト}} \pi$ である。

【ス】の解答群】

- ① $p+1$ ② $p+2$ ③ q ④ $q+1$ ⑤ 1
 ⑥ $-(p+1)$ ⑦ $-(p+2)$ ⑧ $-q$ ⑨ $-(q+1)$ ⑩ -1

【セ】の解答群】

- ① p ② $p+1$ ③ $p+2$ ④ $2p+1$ ⑤ $2p$
 ⑥ q ⑦ $q+1$ ⑧ $q+2$ ⑨ $2q+1$ ⑩ $2q$

II 解答上の注意

1. 問題の文中の **ア**， **イウ** などの **□** には、とくに指示のないかぎり、整数値が入ります。これらを次の方法で解答用紙の指定欄に解答しなさい。

(1) ア、イ、ウ、… の一つ一つは、それぞれ、符号(−)または数字(0～9)のいずれか一つに対応します。それらをア、イ、ウ、… で示された解答欄にマークして答えなさい。


(例) **アイ** に −8 と答えたいとき

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9

(2) 分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えなさい。分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

(例) $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	⊖	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
オ	⊖	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

2. 解答を修正する場合は必ず「消しゴム」であとが残らないように完全に消しなさい。鉛筆の色や消しくずが残ったり、 のような消し方などをした場合は、修正したことになりません。

3. 解答をそれぞれの問題に指定された数よりも多くマークした場合は無解答とみなされます。